

**KARTA PRZEDMIOTU****I. Dane podstawowe**

Nazwa przedmiotu	Funkcje rzeczywiste
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Real-valued functions
Kierunek studiów	Mathematics
Poziom studiów (I, II, jednolite magisterskie)	I
Forma studiów (stacjonarne, niestacjonarne)	stationary
Dyscyplina	Mathematics
Język wykładowy	English

Koordinator przedmiotu/osoba odpowiedzialna	dr hab. August Zapała
---	-----------------------

Forma zajęć ( <i>katalog zamknięty ze słownika</i> )	Liczba godzin	semestr	Punkty ECTS
wykład lecture	30	4	2
konwersatorium			
ćwiczenia classes			
laboratorium			
warsztaty			
seminarium			
proseminarium			
lektorat			
praktyki			
zajęcia terenowe			
pracownia dyplomowa			
translatorium			
wizyta studyjna			

Wymagania wstępne	Mathematical analysis, Topology of metric spaces (definitions of metric, compact, complete and separable metric space, foundations of the theory of Fourier series)
-------------------	---

**II. Cele kształcenia dla przedmiotu**

## Objectives of the course

Learning fundamental methods of research of functions
Learning the main properties of continuous functions and connections of continuous functions with other classes of functions

### III. Efekty uczenia się dla przedmiotu wraz z odniesieniem do efektów kierunkowych

Learning outcomes for the subject

Symbol	Opis efektu przedmiotowego	Odniesienie do efektu kierunkowego
<b>WIEDZA</b>		
W_01	Students know definitions of a continuous function, uniformly continuous function, modulus of continuity, as well as Lipschitz and Hölder conditions	K_W04, K_W05
W_02	Students know the notion of a semicontinuous function, as well as right and left continuous function of the real variable	K_W04, K_W05
W_03	Students know the notion of a monotone function and function with a bounded variation	K_W04, K_W05
W_04	Students know Banach spaces of bounded functions and continuous functions	K_W04, K_W05
<b>UMIEJĘTNOŚCI</b>		
U_01	Students investigate the main properties of functions: existence of limits, continuity, semicontinuity, monotonicity and variation of functions	K_U09, K_U10, K_U36
U_02	Students investigate convergence of sequences of functions	K_U10
U_03	Students investigate completeness and separability of function spaces	K_U23
<b>KOMPETENCJE SPOŁECZNE</b>		
K_01	Students precisely formulate opinions on selected practical issues using tools of the theory of real functions	K_K01, K_K02

### IV. Opis przedmiotu/ treści programowe

Compact, complete and separable metric spaces.

Limits of functions. Continuous functions.

Oscillation of a function and the set of continuity points of a function.

Uniformly continuous functions, modulus of continuity, the Lipschitz and Hölder conditions.

Upper and lower limits of functions in a point, semicontinuous functions.

Functions of real variables, right and left continuous functions.

Monotone functions and functions of bounded variation. Canonical decomposition of functions with bounded variation. The length of a curve.

Pointwise, uniform and almost uniform convergence of sequences of functions, metrization of uniform convergence.

Spaces of bounded and continuous functions. Spaces of real-valued functions on a compact. The space  $C[0,1]$ .

Approximation of continuous functions by means of polynomials. The Stone-Weierstrass theorem.

Banach spaces, bases in Banach spaces. Schauder basis in the space  $C[0,1]$ .

Equally continuous functions and Arzela-Ascoli's theorem.

Fields and  $\sigma$ -fields of sets, the notion of a measure. The main properties of measures.

Measurable functions, connections of measurable functions with continuous functions. Lusin's theorem.

Convergence almost everywhere of measurable functions in a measurable space equipped with a measure. Egorov's theorem.

#### V. Metody realizacji i weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody dydaktyczne (lista wyboru)	Metody weryfikacji (lista wyboru)	Sposoby dokumentacji (lista wyboru)
<b>WIEDZA</b>			
W_01	Conventional lecture/discussion	Test / Exam	Evaluated test/ exam
W_02	Conventional lecture/discussion	Test / Exam	Evaluated test/ exam
W_03	Conventional lecture/discussion	Test / Exam	Evaluated test/ exam
W_04	Conventional lecture/discussion	Test / Exam	Evaluated test/ exam
<b>UMIĘJĘTNOŚCI</b>			
U_01	Conventional lecture/discussion	Test / Exam	Evaluated test/ exam
U_02	Conventional lecture/discussion	Test / Exam	Evaluated test/ exam
U_03	Conventional lecture/discussion	Test / Exam	Evaluated test/ exam
<b>KOMPETENCJE SPOŁECZNE</b>			
K_01	Problem-Based Learning	Test / Exam	Evaluated test/ exam

#### VI. Kryteria oceny, wagi.

The written exam consists of two parts: practical (60%) - verifying the ability to apply the knowledge in practice, theoretical (40%) - checking theoretical knowledge.

Detailed criteria are given to students with each edition of the subject.

**VII. Obciążenie pracą studenta**

Forma aktywności studenta	Liczba godzin
Liczba godzin kontaktowych z nauczycielem	30
Liczba godzin indywidualnej pracy studenta	30

**VIII. Literatura**

Literatura podstawowa
S. Łojasiewicz, <i>Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych</i> , PWN, Warszawa 1976
R. Sikorski, <i>Funkcje rzeczywiste t. I</i> , PWN, Warszawa 1958
Literatura uzupełniająca
Literatura uzupełniająca: J. Musielak, <i>Wstęp do analizy funkcjonalnej</i> , PWN, Warszawa 1976

