

KARTA PRZEDMIOTU**I. Dane podstawowe**

| | |
|--|-------------|
| Nazwa przedmiotu | Topologia |
| Nazwa przedmiotu w języku angielskim | Topology |
| Kierunek studiów | matematyka |
| Poziom studiów (I, II, jednolite magisterskie) | I |
| Forma studiów (stacjonarne, niestacjonarne) | stacjonarne |
| Dyscyplina | matematyka |
| Język wykładowy | polski |

| | |
|------------------------|------------------------|
| Koordinator przedmiotu | Dr Wiesław Głowczyński |
|------------------------|------------------------|

| Forma zajęć (<i>katalog zamknięty ze słownika</i>) | Liczba godzin | semestr | Punkty ECTS |
|--|---------------|---------|-------------|
| wykład | 30 | III | 5 |
| konwersatorium | | | |
| ćwiczenia | 30 | III | |
| laboratorium | | | |
| warsztaty | | | |
| seminarium | | | |
| proseminarium | | | |
| lektorat | | | |
| praktyki | | | |
| zajęcia terenowe | | | |
| pracownia dyplomowa | | | |
| translatorium | | | |
| wizyta studyjna | | | |

| | |
|-------------------|--|
| Wymagania wstępne | |
|-------------------|--|

II. Cele kształcenia dla przedmiotu

C1- Celem wykładu jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami topologii, w szczególności takimi, które stosowane są w innych dziedzinach matematyki.

III. Efekty uczenia się dla przedmiotu wraz z odniesieniem do efektów kierunkowych

| Symbol | Opis efektu przedmiotowego | Odniesienie do efektu kierunkowego |
|---------------------|---|------------------------------------|
| WIEDZA | | |
| W_01 | Student rozumie znaczenie topologii i jej zastosowań, w szczególności jej rolę w kontekście dylematów współczesnej cywilizacji | K_W01 |
| W_02 | Student dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń | K_W02 |
| W_03 | Student rozumie budowę teorii matematycznych, potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli topologicznych w innych dziedzinach nauk | K_W03 |
| W_04 | Student zna i rozumie w zaawansowanym stopniu wybrane pojęcia i twierdzenia stanowiące podstawową wiedzę z topologii i jej zastosowań | K_W04 |
| W_05 | Student zna podstawowe przykłady zarówno ilustrujące konkretne pojęcia topologiczne, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania | K_W05 |
| W_06 | Student zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nim inne gałęzie matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem topologii | K_W07 |
| UMIEJĘTNOŚCI | | |
| U_01 | Student potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje | K_U01 |
| U_02 | Student posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym | K_U02 |
| U_03 | Student umie prowadzić łatwe i średnio trudne dowody metodą indukcji zupełnej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne | K_U03 |
| U_04 | Student umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych | K_U04 |
| U_05 | Student potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich | K_U05 |

| | | |
|-----------------------|--|-------|
| U_06 | Student posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z topologii | K_U06 |
| U_07 | Student potrafi definiować funkcje, także z wykorzystaniem przejść granicznych, i opisywać ich własności | K_U09 |
| U_08 | Student rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych | K_U23 |
| U_09 | Student umie wykorzystywać własności topologiczne zbiorów i funkcji do rozwiązywania zadań o charakterze jakościowym | K_U24 |
| KOMPETENCJE SPOŁECZNE | | |
| K_01 | Student potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania topologiczne, formułować twierdzenia i definicje z topologii | K_K01 |
| K_02 | Student potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich w topologii | K_K05 |

IV. Opis przedmiotu/ treści programowe

Część 1. Przestrzenie metryczne:

Przestrzenie metryczne. Ciągi zbieżne. Ciągi Cauchy'ego. Przekształcenia ciągłe. Zbiory domknięte i otwarte. Domknięcie i wnętrze zbioru. Zbiory brzegowe i gęste. Podprzestrzeń przestrzeni metrycznej. Iloczyn kartezjański przestrzeni metrycznych. Przestrzenie zupełne. Tw. Baire'a. Tw. Cantora o ciągu wstępującym zbiorów domkniętych. Tw. Banacha o punkcie stałym. Przestrzenie zwarte. Charakteryzacja zwartych podprzestrzeni w R^n . Całkowita ograniczoność przestrzeni zwartych, ϵ -sieć. Lemat Lebesgue'a o pieniążku, pokryciowa charakteryzacja zwartości- tw. Borela-Lebesgue'a. Przestrzenie ośrodkowe, dziedziczna ośrodkowość przestrzeni metrycznych, tw. Grossa-Lindelofa. Tw. Tietze'go o przedłużaniu funkcji. Przestrzenie spójne. Własność Darboux funkcji ciągłych określonych na przestrzeniach spójnych i jej zastosowania. Informacja o tw. Borsuka o antypodach i tw. Brouwera o punkcie stałym. Homeomorfizmy i własności topologiczne. Zanurzenia przestrzeni metrycznych. Uzupełnienie. Iloczyn kartezjański przeliczalnej rodziny przestrzeni metrycznych. Baza zbiorów otwartych w iloczynie kartezjańskim przeliczalnej rodziny przestrzeni metrycznych. Kostka Hilberta. Własności przestrzeni $C([0,1])$ z metryką „supremum”.

Część 2. Przestrzenie topologiczne:

Przestrzenie topologiczne. Zbiory domknięte i otwarte. Bazy. Domknięcie i wnętrze zbioru. Metody określania topologii. Przekształcenia ciągłe. Homeomorfizmy. Aksjomaty oddzielania. Lemat Urysohna. Operacje na przestrzeniach topologicznych (podprzestrzeń, iloczyn kartezjański, przestrzeń ilorazowa). Tietze'ego-Urysohna twierdzenie. Przestrzenie zwarte. Twierdzenie Tichonowa. Przestrzenie spójne. Przestrzenie metryzowalne. Twierdzenie metryzacyjne Urysohna.

V. Metody realizacji i weryfikacji efektów uczenia się

| Symbol efektu | Metody dydaktyczne (lista wyboru) | Metody weryfikacji (lista wyboru) | Sposoby dokumentacji (lista wyboru) |
|------------------------------|--|--------------------------------------|--|
| WIEDZA | | | |
| W_01 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| W_02 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| W_03 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| W_04 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| W_05 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| W_06 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| UMIEJĘTNOŚCI | | | |
| U_01 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_02 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_03 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_04 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_05 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_06 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_07 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_08 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| U_09 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| KOMPETENCJE SPOŁECZNE | | | |
| K_01 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / | Protokół |

| | | | |
|------|--|---------------------------------|----------|
| | | Zaliczenie pisemne | |
| K_02 | Wykład konwencjonalny/ Ćwiczenia praktyczne | Egzamin / Zaliczenie pisemne | Protokół |
| | | | |

VI. Kryteria oceny, uwagi...

Egzamin (dla osób, które zaliczyły ćwiczenia): w grupach poniżej ośmiu osób ustny, powyżej pisemny i ustny dla osób, które nie uzyskały z egzaminu pisemnego 50% sumy punktów;

91% – 100% bardzo dobry (5.0)

81% – 90% dobry plus (4.5)

71% – 80% dobry (4.0)

61% – 70% dostateczny plus (3.5)

50% -60% dostateczny

mniej niż 50% i nie zadany egzamin ustny - niedostateczny (2.0).

W grupach poniżej 8 osób zaliczenie ćwiczeń następuje na podstawie aktywności na zajęciach., powyżej

kolokwium pisemne; próg zaliczeniowy kolokwium 50% sumy punktów;

91% – 100% bardzo dobry (5.0)

81% – 90% dobry plus (4.5)

71% – 80% dobry (4.0)

61% – 70% dostateczny plus (3.5)

50% – 60% dostateczny (3.0)

mniej niż 50% niedostateczny i brak aktywności na zajęciach (2.0).

W1-W6 - dyskusja na ćwiczeniach, kolokwium, egzamin;

U1- U9 - dyskusja na ćwiczeniach, kolokwium, egzamin;

K1, K2 - dyskusja na ćwiczeniach.

GODZINOWE EKWIWALENTY PUNKTÓW ECTS:

Wykład 30

Ćwiczenia 30

Konsultacje 30

Przygotowanie do zajęć w tym samodzielne

rozwiązywanie zadań wskazanych przez prowadzącego zajęcia 30

Przygotowanie się do kolokwium i egzaminu, w tym zapoznanie się z literaturą 30

łącznie liczba godzin 150

Liczba punktów ECTS 5

VII. Obciążenie pracą studenta

| | |
|--|---------------|
| Forma aktywności studenta | Liczba godzin |
| Liczba godzin kontaktowych z nauczycielem | 90 |
| Liczba godzin indywidualnej pracy studenta | 60 |

VIII. Literatura

| |
|---|
| Literatura podstawowa |
| Kuratowski K., Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN; Munkres J., Topology, Pearson, 2014; Viro O.Ya., [et al.] Elementary Topology. Problem Textbook. AMS, 2008; Tkachuk V. V., A Cp-Theory Problem Book, Topological and Function Spaces, Springer 2011; Kumaresan S., Topology of metric spaces, Alpha Science, 2005; Kaplansky I., Set theory and metric spaces, AMS, 2001. |
| Literatura uzupełniająca |
| Engelking R., Topologia ogólna, PWN; Engelking R., Zarys topologii ogólnej, Wiley, 1968; Kelley J.L., General Topology, Springer, 1975; Gaal S.A., Point set topology, Dover Pub., 2009; Willard S. General Topology, Dover Pub., 2004; Jianfei Shen, General Topology. A Solution Manual for Willard (2004), https://jianfeishen.weebly.com/uploads/4/7/2/6/4726705/general_topology.pdf Oxtoby J.C., Measure and category, Springer, 1980; Howes N.R., Modern Analysis and Topology, Springer, 1995; Jameson G.J.O., Topology and Normed Spaces, Chapman and Hall, 1974. |